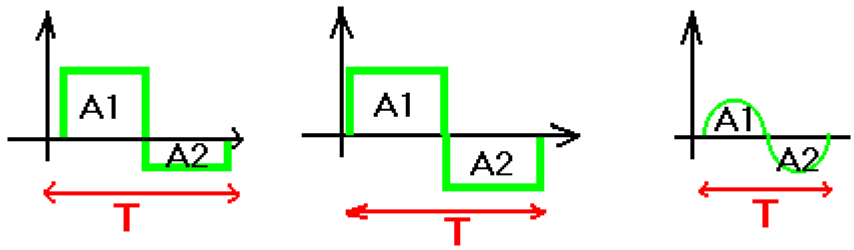
Les régimes périodiques (Chap 2)

❑ Révisé et compris ❑ Chapitre à retravaillé ❑ Chapitre incompris

1. Propriétés des grandeurs physiques :

DEF	**La période T**, est le plus petit intervalle de temps, au bout duquel le signal se reproduit identiquement à lui-même. Son unité est la seconde, et son abréviation est (T). U(t) = u(t + T x K), avec K étant un entier positif.

DEF	**La valeur moyenne**, se calcul sur une période, soit par la méthode des aires, soit par le calcul intégral. La valeur moyenne est indépendante de la période (on calcul à partir de la période, mais cette dernière n'apparaît pas dans le résultat). Elle se mesure à l'aide d'un voltmètre en DC (Direct Courant). Son symbole est $< u(t) >$ $\overline{u\ (t)}$.



Sur les croquis ci contre, on peut visualiser plusieurs signaux, et comprendre les aires.

La méthode des aires :

Il suffit de regarder l'allure du signal, de calculer l'aire A1, qui est situé au-dessus 0V, puis de calculer l'aire A2 (qui est lui situé en dessous 0V), en prenant cependant une précaution. Une aire ne peut-être que positive, donc l'aire A2, sera positive obligatoirement. Voici la formule à appliquer :

$$< u\ (t) > = \frac{A1 - A2}{T} \quad \text{avec A2 positive}$$

2. Décomposition d'un signal périodique

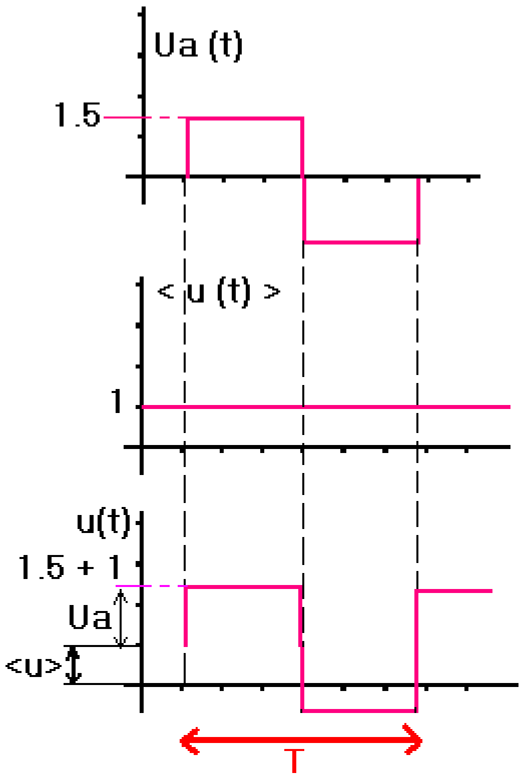
DEF	Tout signal périodique, peut se décomposer en : - une composante continue (égale à la valeur moyenne) - une composante alternative.

$$u(t) = < u\ (t) > + Ua(t)$$
$$= \text{compo continue} + \text{compo alternative}$$

Cette formule est à connaître, car d'une part elle est facile à retenir, et d'autre part elle est utile, surtout pour les expérimentations.

Peut-être ne comprenez-vous pas cette formule, essayons de la démontrer :

On dispose par exemple d'un signal carré :



a. On part de la composant alternative, qui est représenté ci-contre, sur le premier chronogramme. On un beau signal carrée allant de +1,5v à -1,5V.

b. On lui rajoute une composante continue, qui est ici de 1V. Par composante continu, il faut comprendre « tension continu », soit une tension qui ne varie pas avec le temps.

c. Le signal final est obtenu en appliquant la formule précitée, qui nous informe que pour connaître la valeur d'un signal en fonction du temps, il suffit d'ajouter en concordance de temps, la composante continu et la composante alternative.

Voici comment procéder pour visualiser ces signaux à l'oscilloscope :

DC oscillo : u(t), soit tout le signal
AC oscillo : Ua(t), composante alternative

La composante continue, n'est pas visualisable à l'oscilloscope, mais elle est interprétable. Il suffit d'appliquer la formule :

$$\langle u(t) \rangle = u(t) - Ua$$

La méthode consiste à se placer en DC, et de choisir un point facilement repérable (U max), puis de se placer en AC, et de visualiser de combien de carreaux s'est translaté le signal. On multiplie ce nombre de carreaux, par le calibre de la tension, et on obtient la valeur de la composante continue.

3. La valeur efficace :

On peut mesurer la valeur efficace d'une tension, ou d'une intensité. La formule à connaître est :

$$U = \sqrt{\langle u(t)^2 \rangle}$$

Pour connaître la valeur efficace, on utilise généralement un graphe, et on procède par étapes :

a. On possède le signal u(t)
b. On trace, en dessous de ce denier (concordance de temps), le graphe $u(t)^2$
c. On calcul la valeur moyenne de $u(t)^2$, par la méthode des aires.
d. On extrait ensuite la racine carrée, ce qui nous donne U, la valeur moyenne.

On utilise un voltmètre RMS, en pressant les touches :

- **[AC]** et **[AC + DC}**

INFO	La valeur efficace est : - indépendante de la période - toujours positive (car on fait une élévation au carrée, au cours des calculs) - toujours supérieur à la valeur absolue de la valeur moyenne

Formule de généralisation :

$$U = \sqrt{< u(t) >^2 + Ua^2}$$

4. Rappel sur les appareils de mesures :

[AC] : valeur efficace de la composante alternative, noté **Ua**
[DC] : valeur moyenne de tout le signal, noté **< u(t) >**
[AC] + **[AC + DC]** : valeur efficace vrai de u(t), noté **U**.
Si nu voltmètre est RMS, alors AC > DC.

5. Analyse et décomposition d'un signal périodique :

DEF	Tout signal périodique est la somme : - d'une composant continue, égal à la valeur moyenne - d'une composante alternative

INFO	En physique (contrairement à l'électronique), un signal est alternatif, si et seulement si, sa valeur moyenne est nulle (ce qui signifie que l'aire A1, est de même valeur que l'aire A2).

Tout signal alternatif, de fréquence (f), est la somme de sinusoïde de fréquences multiples de f. Chaque composante étant caractérisé par :

- une amplitude Um
- une phase à l'origine φn

Voici la formule fondamentale de la décomposition :

$$u(t) = <u(t)> + \hat{U}_1 \sin(1\,wt - \varphi 1) + \hat{U}_2 \sin(2\,wt - \varphi_2) + \ldots + \hat{U}_n \sin(n\,wt - \varphi_n)$$

$$\boxed{u(t) = <u(t)> + \sum_{n=1}^{+\infty} \hat{U}_n \sin(n\,wt - \varphi_n)}$$

Vocabulaire :

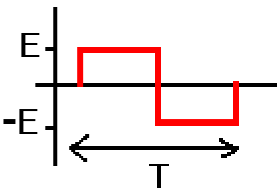
$\hat{U}_1 \sin(1\omega t - \varphi_1)$ fondamental (= harmonique de rang 1)
$\hat{U}_2 \sin(2\omega t - \varphi_2)$ harmonique de rang 2. fréquence = 2 x f
$\hat{U}_n \sin(n\omega t - \varphi_n)$ harmonique de rang n. fréquence = n x f

L'harmonique de rang 1, est appelé « fondamental », car il possède une fréquence identique au signal u(t).

6. Décomposition des principaux signaux

DEF	Tout le signal alternatif se décompose en une série de sinusoïde. Chaque signal, en fonction de son allure, à une décomposition particulière, qui n'est pas démontrable à notre niveau.

Décomposition du signal carrée :



Signal carrée

$$u(t) = \frac{4E}{\pi}\sin \omega t + \frac{4E}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{4E}{5\pi}\sin 5\omega t$$

$$u(t) = \frac{4E}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin(n\omega t) \text{ avec n, impaire}$$

Un signal carré n'est composé que d'harmoniques de rang impair.
Exemple : si E=2v, et f=50Hz, donnez les amplitudes et les fréquences des harmoniques 2, 3, 4, 5, et du fondamental.

fondamental: f= 50Hz; $U1 = \frac{4 \times 2}{\pi \times 1} = 2.55V$

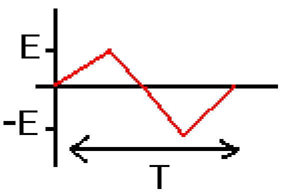
harmonique 2: f= 2 x 50 = 100Hz; U2 = 0V, car rang paire.

harmonique 3: f= 3x 50 = 150Hz; $U3 = \frac{4 \times 2}{\pi \times 3} = 0.85V$

harmonique 4: f= 4x 50 = 200Hz; U4 = 0V, car paire

harmonique 5: f= 5x 50 = 250 Hz; $U5 = \frac{4 \times 2}{\pi \times 5} = 0.51V$

Décomposition du signal triangulaire :



Signal triangulaire

$$u(t) = \frac{8E}{\pi^2}\sin \omega t + \frac{8E}{9\pi^2}\sin 3\omega t + \frac{8E}{25\pi^2}\sin 5\omega t$$

$$u(t) = \frac{8E}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin(n\omega t) \text{ avec n, impaire}$$

Le signal triangulaire, est lui aussi, composé que d'harmonique de rang impaires.

Exemple : si E=2v, et f=50Hz, donnez les amplitudes et les fréquences des harmoniques 2, 3, 4, 5, et du fondamental.

fondamental: f= 50Hz; $U1 = \frac{8 \times 2}{\pi^2} = 1.62V$

harmonique 2: f= 2 x 50 = 100Hz; U2 = 0V, car rang paire.

harmonique 3: f= 3x 50 = 150Hz; $U3 = \frac{8 \times 2}{\pi^2 \times 3^2} = 0.18V$

harmonique 4: f= 4x 50 = 200Hz; U4 = 0V, car paire

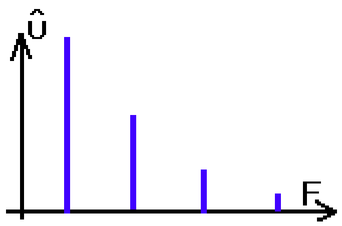
harmonique 5: f= 5x 50 = 250 Hz; $U5 = \frac{8 \times 2}{\pi^2 \times 5^2} = 0.648V$

7. La décomposition temporelle :

DEF	*C'est la représentation d'un signal en fonction du temps. On visualise ceci sur l'écran d'un oscilloscope. Elle est caractérisé par :* - La période **T** (à déduire sur l'oscilloscope) - La fréquence **F** (à déduire, ou par lecture sur le fréquencemètre) - La valeur maximale **Û**, (à déduire sur l'oscilloscope) - La valeur efficace **U** (à mesurer avec un voltmètre en [AC] + [AC+DC]) - La valeur moyenne **< U >** (à mesurer avec un voltmètre en DC).

8. La représentation fréquentielle

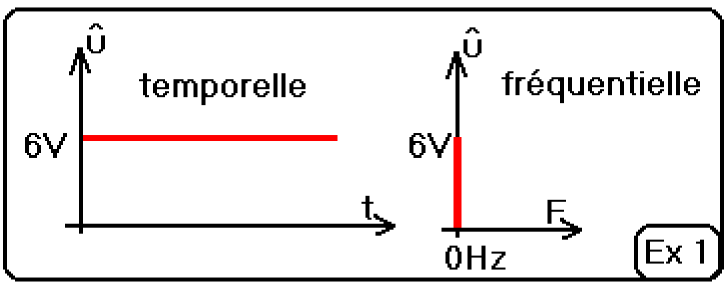
DEF	*C'est la représentation de la décomposition d'un signal. Elle fait apparaître toutes les fréquences présentent dans la décomposition de Fourrier. On obtient un spectre d'amplitude, constitué de raies, il est discontinue (les raies ne sont pas à relier entre-elles).*



Il ne faut en aucun cas relier les raies, car étant donné que l'on représente l'amplitude des raie pour une fréquence donnée, il existe un certains nombres de raies, qui auront une amplitude nul (pour un signal carré, les harmoniques paires ont une amplitude nul).

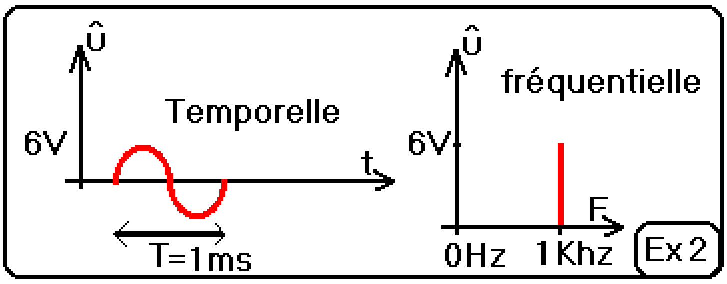
9. Exemples de représentation fréquentielle

a. Le signal continu



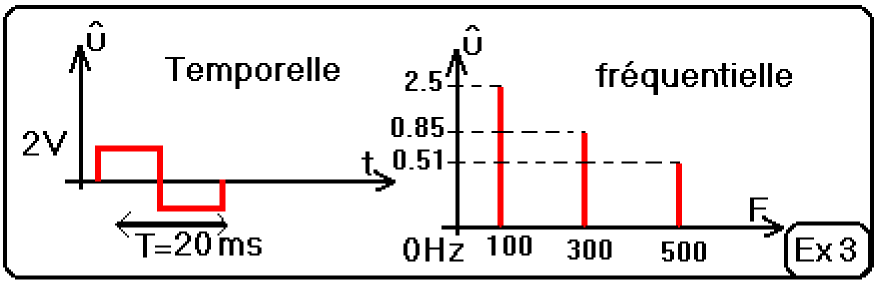
Sur ce premier exemple, on a une tension continu de 6V (qui ne varie pas en fonction du temps), sa fréquence est donc de 0Hz. On aura donc une raie d'amplitude 6V, présente à la fréquence 0Hz.

b. Le signal sinusoïdal alternatif



Sur ce second exemple, on est en présence, d'une sinusoïdale de fréquence 1KHz. Or on sait qu'une sinusoïde est composée que d'une seule sinusoïdale, donc il n'y a qu'une seule raie, à la fréquence 1KHZ, d'amplitude 6V. Si le signal sinusoïdal avait été doté d'une composante continue, il aurait figuré sur la représentation fréquentielle, une raie à la fréquence 0Hz.

c. Le signal carré de fréquence 100Hz, et d'amplitude 2V



On se contente de reproduire les différentes raies, que nous avons précédemment calculées.

Pour le signal triangulaire, ainsi que pour tous les autres signaux, le principe reste le même : il n'y a vraiment aucune difficulté.

Comment relever un spectre d'amplitude : Un oscilloscope, est certes un outil très performant, mais il ne permet pas de faire des analyse fréquentielle, c'est pourquoi nous utiliserons un analyseur de spectre (analyseur spectrale), qui est un appareil qui donne directement le spectre d'amplitude du signal. Etant financièrement très cher, on peut utiliser un filtre sélectif, qui permet de sélectionner une seul fréquence, puis de constater si à cette fréquence, il y a ou non une tension, et si tel est le cas, on la représente par une raie sur le spectre de raies.

10. Le taux de distorsion « D » :

DEF	Le taux de distorsion harmonique « D », permet d'évaluer l'écart entre le signal étudié, et le signal sinusoïdal de même fréquence.

$$D = \frac{\text{Valeur efficace de l'ensemble des harmoniques}}{\text{Valeur efficace du fondamental}}$$

$$D = \frac{U_H}{U_1} \quad \text{avec} \quad U = \sqrt{(U_1)^2 + (U_2)^2 + \ldots + (U_N)^2}$$

$$D = \frac{U_H}{U_1} = \frac{\sqrt{U^2 - (U_1)^2}}{U1} = \frac{\sqrt{(U_2)^2 + \ldots + (U_N)^2}}{U1}$$

Exemple, avec le signal carré :

$$u(t) = \underbrace{\frac{4E}{\pi}}_{U1}\sin wt + \underbrace{\frac{4E}{3\pi}}_{U3}\sin 3wt + \underbrace{\frac{4E}{5\pi}}_{U5}\sin 5wt$$

$$U1 = \frac{4E}{\pi \times \sqrt{2}} \qquad U3 = \frac{4E}{3\pi \times \sqrt{2}} \qquad U5 = \frac{4E}{5\pi \times \sqrt{2}} \qquad U7 = \frac{4E}{7\pi \times \sqrt{2}}$$

$$D = \frac{\cancel{\frac{4E}{\pi \times \sqrt{2}}}\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{7}\right)^2}}{\cancel{\frac{4E}{\pi \times \sqrt{2}}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{7}\right)^2} \qquad \boxed{D = 0.41}$$

Pour ceux qui seraient étonnées de la division par $\sqrt{2}$, cela vient du fait que l'on recherche une valeur efficace, et que nous avons une valeur crête ($\hat{U}max$).

11. Reconstitution d'un signal

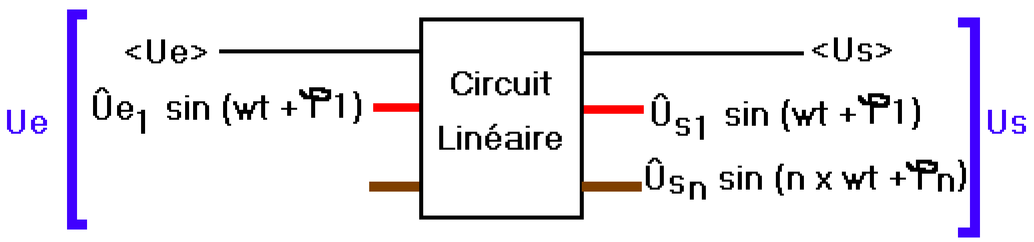
INFO	Il s'agit d'additionner le fondamental et les harmoniques, pour reconstituer le signal. Il faut choisir un nombre correct d'harmonique, plus on en prends, et meilleur sera la précision, mais très complexe seront les calculs.

12. Action d'un circuit linéaire sur un circuit sinusoïdale

DEF	Un circuit est linéaire, si à un signal d'entrée sinusoïdale, il fournit un signal de sortie sinusoïdale de même fréquence.

On utilisera donc les nombres complexes, et le théorème de superposition, qui permet d'étudier tout signal périodique.

Pour étudier un signal périodique :



On étudie l'action du circuit linéaire sur chaque composante spectrale, indépendamment l'une de l'autre. Il faut savoir qu'un circuit est linéaire, s'il ne créer pas de nouvelles harmoniques.

13. Action d'un circuit non linéaire sur un signal périodique

DEF	Un circuit n'est pas linéaire, si à un signal d'entrée sinusoïdale, il fournit un signal de sortie qui n'est pas sinusoïdale : il y a un phénomène de « distorsion ».

On ne peut donc pas reconstituer le signal d'entrée à partir du signal de sortie. [The End].